



เอกสารประกอบการสอน
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ม.6 เทอม 1

เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ชื่อชั้นเลขที่
โรงเรียน ครูผู้สอน



แบบฝึกหัด 1.1.1

1. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับต่อไปนี้

1) $a_n = 2n + 5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $a_n = (-2)^n$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $a_n = \frac{n+1}{n}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) $a_n = \frac{1+(-1)^n}{n}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) $a_n = \frac{2^n}{3^n}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) $a_n = (n - 1)(n + 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8) $a_n = n(n - 1)(n - 2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. จงหาหำพจน์แรกของลำดับ a_n ที่กำหนดโดยใช้ความสัมพันธ์เวียนเกิดต่อไปนี้

1) $a_1 = 0$ และ $a_n = a_{n-1} + n - 1$ เมื่อ $n \geq 2$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $a_1 = 1,000$ และ $a_n = 1 + (0.05)a_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $a_1 = 2$ และ $a_n = 6a_{n-1}$ เมื่อ $n \geq 2$

.....

.....

.....

.....

.....

4) $a_1 = 1, a_2 = 2$ และ $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3$

.....

.....

.....

.....

.....

5) $a_1 = 2, a_2 = 0$ และ $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ เมื่อ $n \geq 3$

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาเจ็ดพจน์แรกของลำดับของจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 2 และ 7 ลงตัว โดยเรียงจากน้อยไปมาก

.....

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกหัด 1.1.2

1. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับเลขคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $a_1 = 2$ และ $d = 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $a_1 = 3$ และ $d = 5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $a_1 = -3$ และ $d = 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $a_1 = -4$ และ $d = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) $a_1 = 5$ และ $d = -2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) $a_1 = -3$ และ $d = -4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $d = \frac{1}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8) $a_1 = \frac{5}{2}$ และ $d = -\frac{3}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. จงหาพจน์ของลำดับเลขคณิตที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) a_3 เมื่อกำหนดให้ $a_1 = 4$ และ $d = 3$

.....

.....

.....

.....

.....

2) a_{12} เมื่อกำหนดให้ $a_1 = 7$ และ $d = -3$

.....

.....

.....

.....

.....

3) a_{20} เมื่อกำหนดให้ $a_1 = \frac{4}{5}$ และ $d = -1$

.....

.....

.....

.....

.....

4) a_{11} เมื่อกำหนดให้ $a_1 = 4$ และ $d = \frac{1}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

1) $-2, 4, 10, \dots$

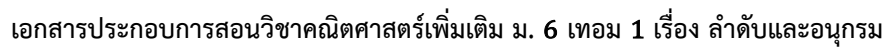
.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

3) $11, \frac{27}{2}, 16, \dots$

[illegible]

4) 19.74, 22.54, 25.34, ...

[illegible]

5) $x, x + 2, x + 4, \dots$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

[illegible]

6) $3a + 2b, 2a + 4b, a + 6b, \dots$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

[illegible]



4. จงหาพจน์ที่ขาดหายไปของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

1) 13, 25, , ,

.....
.....
.....
.....
.....

2) 18, , 11, ,

.....
.....
.....
.....
.....

3) 13, , , , 33,

.....
.....
.....
.....
.....
.....

4) , , 100, , , 142,

.....
.....
.....
.....
.....
.....

5. จงหาพจน์ที่ 15 ของลำดับเลขคณิต 3, 8, 13, 18, 23, ...

.....
.....
.....
.....
.....

6. จงหาพจน์ที่ 20 และพจน์ที่ 50 ของลำดับเลขคณิตที่มีพจน์ที่ n เป็น $-n - 3$

.....
.....
.....
.....
.....



7. จงหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี $a_6 = 12$ และ $a_{10} = 16$

.....

.....

.....

.....

.....

8. จงหาพจน์ที่ 25 ของลำดับเลขคณิตที่มี $a_3 = 20$ และ $a_7 = 32$

.....

.....

.....

.....

.....

9. จงหา a_n และ d ของลำดับเลขคณิตที่มี $a_2 = 16$ และ $a_{12} = 116$

.....

.....

.....

.....

.....

10. -176 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเลขคณิต -1, -6, -11, ...

.....

.....

.....

.....

.....

11. ถ้า 39 และ 51 เป็นพจน์สองพจน์ของลำดับเลขคณิตที่มีพจน์อีกหนึ่งพจน์อยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองนี้
จงหาพจน์ที่อยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองนี้

.....

.....

.....

.....

.....

12. จงหาว่าจำนวนนับที่อยู่ระหว่าง 100 ถึง 1,000 ซึ่งหารด้วย 13 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

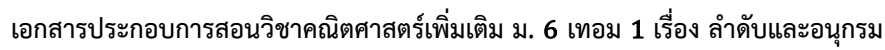
.....

.....

.....

.....

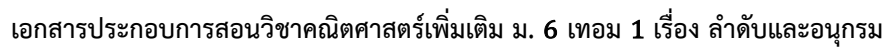
.....



14. ถ้าผลบวกของสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิต คือ 12 และผลบวกของกำลังสามของแต่ละพจน์ของ
ทั้งสามพจน์นี้ คือ 408 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

15. สมศักดิ์ทำงานที่บริษัทแห่งหนึ่งได้รับเงินเดือนเดือนละ 25,000 บาท และได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้นปีละ 1,000 บาท จงหาว่าเมื่อสมศักดิ์ทำงานได้ 6 ปี เขาจะได้รับเงินเดือนเดือนละเท่าใด

[illegible]

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.



แบบฝึกหัด 1.1.3

1. จงพิจารณาว่าลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นลำดับเลขคณิตหรือลำดับเรขาคณิต ถ้าเป็นลำดับเลขคณิต จงหาผลต่างร่วม ถ้าเป็นลำดับเรขาคณิต จงหาอัตราส่วนร่วม

1) $7, 9, 11, 13, \dots, 2n + 5$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $6, -6, 6, -6, \dots, 6(-1)^{n-1}$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $4, 2, 0, -2, \dots, 6 - 2n$

.....

.....

.....

.....

.....

4) $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots, 9\left(\frac{1}{3}\right)^n$

.....

.....

.....

.....

.....

5) $-\frac{1}{4}, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{2}, -\frac{4}{7}, \dots, -\frac{n}{n+3}$

.....

.....

.....

.....

.....



2. จงหาสามพจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1) $1, 7, 49, 343, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $-1, 2, -4, 8, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต $2, 4, 8, 16, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาพจน์ที่ 11 ของลำดับเรขาคณิต $2, -10, 50, -250, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

6. จงหาพจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1) $-3, -6, -12, \dots$

.....

.....

.....

.....

2) $10, -5, \frac{5}{2}, \dots$

.....

.....

.....

.....

3) $\frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{25}{4}, \dots$

.....

.....

.....

.....

4) $\frac{5}{6}, \frac{5}{3}, \frac{10}{3}, \dots$

.....

.....

.....

.....

5) $-\frac{2}{9}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{32}, \dots$

.....

.....

.....

.....

6) $2, 2\sqrt{3}, 6, \dots$

.....

.....

.....

.....



7) $-1, 0.3, -0.09, \dots$

.....

.....

.....

.....

8) $ab^3, a^2b^2, a^3b, \dots$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์

.....

.....

.....

.....

7. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี 16 เป็นพจน์ที่ห้า และ 2 เป็นอัตราส่วนร่วม

.....

.....

.....

.....

.....

8. จงหาอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_3 = 12$ และ $a_6 = 96$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. 162 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับเรขาคณิต 2, - 6, 18, ...

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. จงหาพจน์ที่ขาดหายไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1) 4, 1,,,

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2) $2, \dots, \frac{2}{9}, \dots, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\frac{3}{7}, \dots, \dots, \dots, \frac{3}{343}, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $\dots, \dots, 1, \dots, \dots, \frac{8}{27}, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

11. จงหาพจน์ที่อยู่ระหว่างพจน์สองพจน์ของลำดับเรขาคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) 5 และ 20

.....

.....

.....

.....



2) 8 และ 12

.....
.....
.....
.....

12. ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ $a + 3, a + 20$ และ $a + 105$ จงหา a และพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

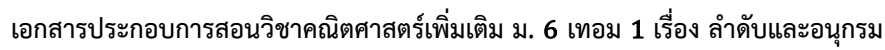
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

13. ใน พ.ศ. 2550 อำเภอหนึ่งมีประชากร 60,000 คน ถ้าประชากรในอำเภอนี้เพิ่มขึ้นปีละ 2% จงหาสูตรการคำนวณจำนวนประชากรในแต่ละปี พร้อมทั้งหาจำนวนประชากรใน พ.ศ. 2565

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

14. เมื่อปล่อยลูกบอลที่ความสูง 2 เมตร จากระดับพื้นดิน แล้วในแต่ละครั้งที่ลูกบอลกระทบพื้นลูกบอลจะกระดอนขึ้น โดยความสูงของลูกบอลจากระดับพื้นดินจะลดลง 8% จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสูงของลูกบอล เมื่อลูกบอลกระทบพื้นไป n ครั้ง

.....
.....
.....
.....
.....
.....



- [illegible]

- [illegible]

-
- This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.



แบบฝึกหัด 1.2

1. จงเขียนกราฟเพื่อตรวจสอบว่าลำดับที่มีพจน์ทั่วไปในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นลำดับลู่เข้าหรือลำดับลู่ออก
ถ้าเป็นลำดับลู่เข้า จงหาลิมิต

1) $a_n = \sin \frac{n\pi}{2}$

.....

.....

.....

.....

2) $a_n = \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{2}$

.....

.....

.....

.....

3) $a_n = \frac{5}{n+1}$

.....

.....

.....

.....



4) $a_n = \frac{2^n}{n}$

5) $a_n = n(1 + (-1)^n)$

6) $a_n = 4 - \frac{1}{2^n}$



7) $a_n = 4(0.5)^{n-1}$

8) $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{n}}$

9) $a_n = \left(-\frac{4}{3}\right)^n$



10) $a_n = \frac{n}{2^n + 2}$

2. จงใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของลำดับเพื่อตรวจสอบว่าลำดับที่มีพจน์ทั่วไปในแต่ละข้อต่อไปนี้เป็นลำดับ
ลู่เข้าหรือลำดับลู่ออก ถ้าเป็นลำดับลู่เข้า จงหาลิมิต

1) $a_n = \frac{8}{3n}$

2) $a_n = \frac{8^n}{7^n}$

3) $a_n = \frac{4^{1-n}}{2^{8-2n}}$

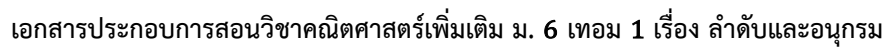
4) $a_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$

5) $a_n = 4 + \frac{1}{n}$

6) $a_n = \frac{6n-4}{6n}$

7) $a_n = \frac{3n+5}{6}$

8) $a_n = \frac{n}{n+1}$



10) $a_n = \frac{2n-1}{3n+1}$

$$12) \quad a_n = \frac{7n^2}{5n^2 - 3}$$

$$14) \quad a_n = \frac{3n^2 - 1}{10n - 5n^2}$$

16) $a_n = \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$



17) $a_n = \frac{2^{n-1}+3}{3n+2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

18) $a_n = \frac{\sqrt{n}-1}{\sqrt{n}+1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

19) $a_n = \frac{\sqrt{n^2-1}}{4n}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

20) $a_n = \frac{\sqrt{4n^2-1}}{2n + \sqrt[3]{n^3+2}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

21) $a_n = \frac{2^{3n+2}}{3^{2n-1}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

22) $a_n = \frac{8n^2+5n+2}{3+2n}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

23) $a_n = \left(1 + \frac{r}{12}\right)^n$ เมื่อ $r > 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

24) $a_n = \frac{n^2-5}{n+2} + \frac{1-n^3}{n^2+3n}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ ถ้าเป็นจริง จงให้เหตุผล ถ้าเป็นเท็จ จงยกตัวอย่างค้าน

1) ถ้า a_n และ b_n เป็นลำดับลู่ออก แล้ว $a_n + b_n$ เป็นลำดับลู่ออก

.....

.....

.....

.....

.....

2) ถ้า a_n เป็นลำดับลู่ออก และ b_n เป็นลำดับลู่ออก แล้ว $a_n + b_n$ เป็นลำดับลู่ออก

.....

.....

.....

.....

.....

4. บริษัทแห่งหนึ่งมีงบรายจ่ายของปีแรกอยู่ที่ 2.5 พันล้านบาท แต่เนื่องจากราคาน้ำมันที่สูงขึ้น บริษัทจึงวางแผนที่จะประหยัดงบประมาณโดยปรับลดงบรายจ่ายลง 20% ของปีก่อนหน้า

1) จงคำนวณงบรายจ่ายของสี่ปีแรกหลังจากปรับลดงบ

.....

.....

.....

.....

.....

2) จงเขียนงบรายจ่ายในปีที่ n

.....

.....

.....

.....

.....

3) จงตรวจสอบว่าลำดับของงบรายจ่ายนี้เป็นลำดับลู่ออกหรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกหัด 1.3.1

1. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n = 4, a_1 = 3$ และ $d = 2$

.....
.....
.....
.....

2) $n = 11, a_1 = -7$ และ $d = 3$

.....
.....
.....
.....

3) $n = 14, a_1 = -5$ และ $d = -2$

.....
.....
.....
.....

4) $n = 7, a_1 = 5$ และ $a_n = 29$

.....
.....
.....
.....

5) $n = 9, a_1 = -3$ และ $a_n = 37$

.....
.....
.....
.....

2. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n = 50$ และลำดับเลขคณิต คือ 5, 7, 9, 11, 13, ...

.....
.....
.....
.....
.....



2) $n = 30$ และลำดับเลขคณิต คือ 0, 2, 4, 6, 8, ...

.....

.....

.....

.....

3) $n = 60$ และลำดับเลขคณิต คือ -2, 3, 8, 13, 18, ...

.....

.....

.....

.....

4) $n = 75$ และลำดับเลขคณิต คือ 5, 2, -1, -4, -7, ...

.....

.....

.....

.....

5) $n = 50$ และลำดับเลขคณิต คือ $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2\frac{5}{2}, \dots$

.....

.....

.....

.....

3.) $6 + 9 + 12 + 15 + \dots + 99$

.....

.....

.....

.....

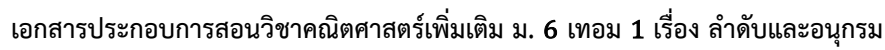
4.) $(-7) + (-10) + (-13) + (-16) + \dots + (-109)$

.....

.....

.....

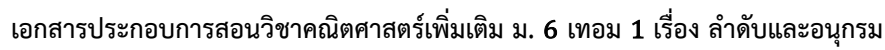
.....



4. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์ที่ 10 คือ 20 และพจน์ที่ 5 คือ 10 จงหาผลบวกของพจน์ที่ 8 ถึงพจน์ที่ 15

5. ทับทิมเริ่มออมนเงินวันแรก 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 3 บาท ถ้าทับทิมออมนเงินเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบ 30 วัน ทับทิมจะมีเงินออมนทั้งหมดเท่าใด

6. จงหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิตที่มีพจน์แรก คือ 6 ผลต่างร่วม คือ 4 และพจน์สุดท้ายคือ 26

[illegible]

8. จงหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกยี่สิบจำนวนแรกที่เป็นพหุคูณของ 3

[illegible]

9. จงหาผลบวกของจำนวนคี่ตั้งแต่ 17 ถึง 379

[illegible]

10. จัดแผ่นไม้ที่มีขนาดเท่ากันกองหนึ่งวางซ้อนกัน โดยเริ่มจากวางแผ่นไม้ในชั้นล่างเรียงตามแนวยาวชิดกันจำนวน 30 แผ่น จากนั้นวางแผ่นไม้ในชั้นที่ 2 โดยให้แนวกึ่งกลางตามด้านยาวของแผ่นไม้แต่ละแผ่นอยู่ตรงกับรอยต่อของแผ่นไม้แต่ละคู่ในชั้นแรก ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนชั้นบนสุดมีแผ่นไม้ 5 แผ่น จงหาว่าแผ่นไม้กองนี้มีกี่ชิ้น และมีแผ่นไม้ทั้งหมดกี่แผ่น

[illegible]



แบบฝึกหัด 1.3.2

1. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n = 4, a_1 = 3$ และ $r = 2$

.....

.....

.....

.....

2) $n = 7, a_1 = 5$ และ $r = 4$

.....

.....

.....

.....

3) $n = 9, a_1 = -3$ และ $r = 5$

.....

.....

.....

.....

4) $n = 11, a_1 = -7$ และ $r = 3$

.....

.....

.....

.....

5) $n = 14, a_1 = -5$ และ $r = -2$

.....

.....

.....

.....

2. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n = 9$ และลำดับเรขาคณิต คือ 2, 6, 18, 54, ...

.....

.....

.....

.....

.....



2) $n = 8$ และลำดับเรขาคณิต คือ $9, 12, 16, \frac{64}{3}, \dots$

.....

.....

.....

.....

3) $n = 10$ และลำดับเรขาคณิต คือ $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตต่อไปนี้

1) $9 + 27 + 81 + \dots + 729$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $4 + 2 + 1 + \dots + \frac{1}{512}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $1 + (-2) + 4 + \dots + 256$

.....

.....

.....

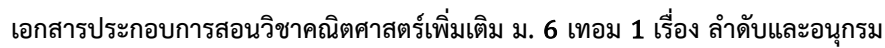
.....

.....

.....

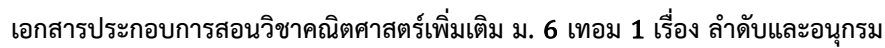
.....

.....



1) เขาควรทำยอดขายไตรมาสแรกของปีที่ 3 ให้ได้เท่าใด

2) เมื่อครบสองปี เขาควรทำยอดขายรวมทั้งหมดให้ได้เท่าใด

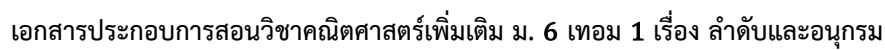
[illegible]

7. บริษัทแห่งหนึ่งซื้อรถยนต์มาในราคา 1,000,000 บาท ถ้าในแต่ละปี รถยนต์นี้มีมูลค่าลดลง 20% ซึ่งหมายถึงราคารถยนต์คันนี้จะลดลง 20% ทุกปี จงหาว่าเมื่อครบห้าปี รถยนต์คันนี้จะมีมูลค่าเท่าใด

[illegible]

8. ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์แรก คือ 160 และอัตราส่วนร่วม คือ ถ้าผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้ คือ 2,110 จงหา n

[illegible]



This image shows a single sheet of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

10. แบคทีเรียกลุ่มหนึ่งแบ่งเซลล์โดยมีจำนวนเพิ่มขึ้น 20% ในแต่ละชั่วโมง ถ้า ณ ปัจจุบันมีแบคทีเรีย 1,000 เซลล์ จงหาสูตรที่ใช้ในการหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป t ชั่วโมง และเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง จะมีแบคทีเรียทั้งหมดเท่าใด

[illegible]



แบบฝึกหัด 1.3.3

1. จงหาลำดับของผลบวกย่อยของอนุกรมต่อไปนี้

1) $3 + 2 + \frac{4}{3} + \dots + 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} + \frac{25}{2} + \dots + \frac{1}{2}(5)^{n-1} + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^n} + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $2 + (-1) + (-4) + \dots + (5 - 3n) + \dots$

.....

.....

.....

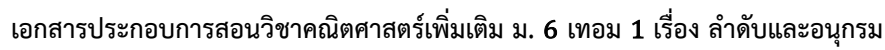
.....

.....

.....

.....

.....



$$6) -\frac{1}{10} + \frac{1}{100} - \frac{1}{1,000} + \dots + \left(\frac{-1}{10}\right)^n + \dots$$

7) $100 + 10 + 1 + 0.1 + \dots + 10^{3-n} + \dots$



8) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{0}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1}} + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงพิจารณาว่าอนุกรมในข้อ 1 อนุกรมใดบ้างที่เป็นอนุกรมลู่เข้าและมีผลบวกของอนุกรมเป็นเท่าใด

1)

.....

.....

.....

2)

.....

.....

.....

3)

.....

.....

.....

4)

.....

.....

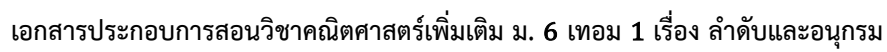
.....

5)

.....

.....

.....



7)

.....

.....

.....

[illegible]

1) $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{3}{2^{n-1}} + \dots$

2) $\frac{4+1}{9} + \frac{8+1}{27} + \frac{16+1}{81} + \dots + \frac{2^{n+1}+1}{3^{n+1}} + \dots$



3) $\frac{1}{2+x^2} + \frac{1}{(2+x^2)^2} + \frac{1}{(2+x^2)^3} + \dots + \frac{1}{(2+x^2)^n} + \dots$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงแสดงว่า $0.\dot{9} = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงเขียนทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

1) $0.\dot{2}\dot{1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $0.6\dot{1}0\dot{4}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

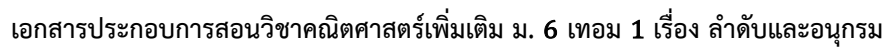


3) $7.2\bar{5}\bar{6}$

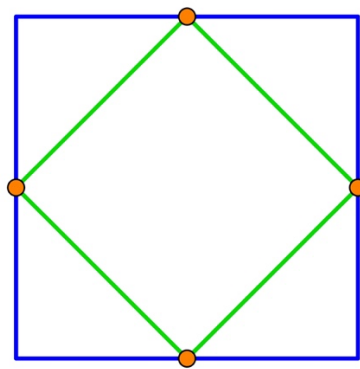
4) $4.3\bar{8}\bar{7}$

5) $0.0737373\ldots$

6) $2.999\ldots$

[illegible]

7. ถ้าลากส่วนของเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



1) ถ้ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีเส้นรอบรูปยาว 20 หน่วย แล้วรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กมีเส้นรอบรูปยาวเท่าใด

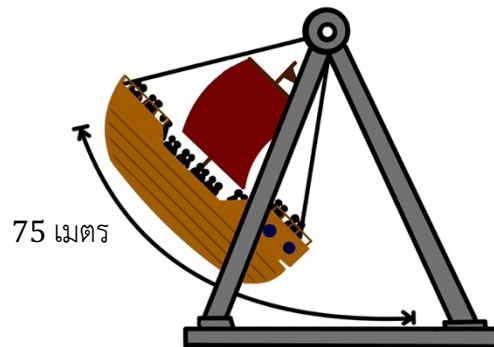
[illegible]

2) ถ้ากระบวนการเกิดรูปใหม่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องไม่สิ้นสุด แล้วผลบวกของความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมดเป็นเท่าใด

[illegible]



8. เรือไวกิ้งเป็นเครื่องเล่นชนิดหนึ่งในสวนสนุก ถ้าในการแกว่งครั้งแรก วัดระยะทางของหัวเรือไวกิ้งเมื่อแกว่งจากตำแหน่งซ้ายสุดไปถึงขวาสุดได้ 75 เมตร และการแกว่งครั้งต่อไปมีระยะสั้นลงเป็น $\frac{3}{5}$ ของระยะเดิม จงหาว่าหากไม่มีการหยุดกะทันหัน เรือไวกิ้งจะแกว่งไปมาตั้งแต่เริ่มต้นเป็นระยะทางทั้งหมดเท่าใด



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. จงพิจารณาว่าวิธีการหาผลบวกของอนุกรมอนันต์ในแต่ละข้อต่อไปนี้ถูกต้องหรือไม่ถ้าไม่ถูกต้องจงให้เหตุผล

1) ให้ $x = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \dots$
จะได้ $2x = 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + \dots$
 $= (1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + \dots) - 1$
 $= x - 1$
ดังนั้น $x = -1$
นั่นคือ ผลบวกของอนุกรม $1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{n-1}$ เท่ากับ -1

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2) ให้ $S = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 - \dots$ ----- (1)

และ $2S = 2 - 4 + 8 - 16 + 32 - 64 + \dots$ ----- (2)

จาก (1) และ (2) จะได้ $3S = 1$ นั่นคือ $S = \frac{1}{3}$

ดังนั้น ผลบวกของอนุกรม $1 - 2 + 4 - 8 + \dots + (-2)^{n-1} + \dots$ เท่ากับ $\frac{1}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกหัด 1.4

1. จงเขียนแทนสัญลักษณ์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปการบวก

$$1) \sum_{i=1}^4 2i = \dots\dots\dots$$

$$2) \sum_{i=4}^6 (3i - 2) = \dots\dots\dots$$

$$3) \sum_{i=2}^7 (2 - i) = \dots\dots\dots$$

$$4) \sum_{i=1}^{52} (i + 2) = \dots\dots\dots$$

$$5) \sum_{k=1}^4 (10 - 2k) = \dots\dots\dots$$

$$6) \sum_{i=1}^{20} (i^2 + 4) = \dots\dots\dots$$

2. จงหาผลบวกของอนุกรมต่อไปนี้

$$1) \sum_{j=1}^5 3j = \dots\dots\dots$$

$$2) \sum_{k=1}^{50} 8 = \dots\dots\dots$$

$$3) \sum_{i=1}^4 i^2(i - 3) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$4) \sum_{k=2}^6 \frac{k+4}{k-1} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



$$5) \sum_{k=1}^5 (k^2 + 3) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$6) \sum_{i=1}^{15} (i + 5) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$7) \sum_{i=10}^{20} (2i + 1) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$8) \sum_{k=1}^{15} (k + 5)(k - 5) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

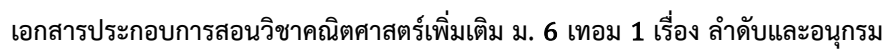
$$9) \sum_{j=1}^{20} j^2(2j - 3) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$



5) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}} + \dots = \dots$

2) $\sum_{i=1}^k (2i + 1) = k^2 + 2k$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



$$3) \sum_{i=1}^m 3 \cdot 4^i = 4^{m+1} - 4$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$4) \sum_{i=1}^n (i^2 - i) = \frac{n^3 - n}{3}$$

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมต่อไปนี้

1) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n + 1) + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $1 \cdot 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 \cdot 8 + 3 \cdot 6 \cdot 9 + 4 \cdot 7 \cdot 10 + \dots + n(n + 3)(n + 6) + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $1(2 + 3) + 4(4 + 3) + 9(6 + 3) + 16(8 + 3) + \dots + n^2(2n + 3) + \dots$

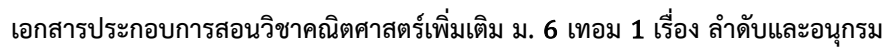
.....

.....

.....

.....

.....



4) $1^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + \dots + (2n - 1)^2 + \dots$

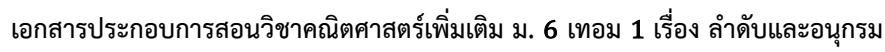
5) $1(1 + \frac{1}{1}) + 2(1 + \frac{1}{2}) + 3(1 + \frac{1}{3}) + 4(1 + \frac{1}{4}) + \dots + n(1 + \frac{1}{n}) + \dots$

6. จงหาผลบวกของอนุกรมต่อไปนี้

1) $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 6 + \dots + 10 \cdot 11 \cdot 12$

2) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + 99 \cdot 100$

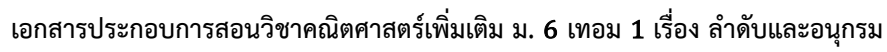
7. จงหาผลบวกของจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 100 ที่หารด้วย 4 แล้วเหลือเศษ 3



[illegible]

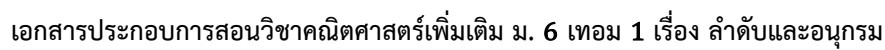
[illegible]

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.



1) $0 + 3 + 8 + \dots + (n^2 - 1) + \dots$

$$2) -1 + 0 + 9 + \dots + (n^3 - 2n^2) + \dots$$

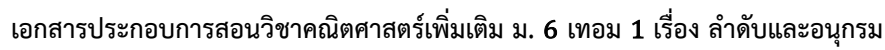


$$1) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(n-1)}$$

$$2) \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{n-1} 2^{n-1}$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{100^n}$$

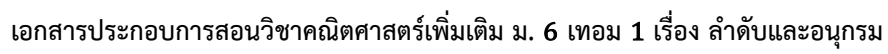
$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n(n+1)}$$



$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+1}}{5^n}$$

12. จงหาผลบวกของจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 9 และ 199

- 1) เมื่อจำนวนดังกล่าวหารด้วย 8 ลงตัว

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.



แบบฝึกหัด 1.5

1. สมมติว่าเริ่มฝากเงินด้วยเงินต้น 100,000 บาท ได้รับอัตราดอกเบี้ย 4% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี จงหา

1) จำนวนเงินเมื่อฝากเงินครบ 10 ปี

.....

.....

.....

.....

.....

2) จำนวนปีที่จะทำให้มีเงินเพิ่มขึ้นเป็นอย่างน้อยสามเท่าของเงินต้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ฝากเงินกับธนาคารจำนวน 100,000 บาท ได้รับอัตราดอกเบี้ย 3% ต่อปี จงหาจำนวนเงินในบัญชีเมื่อครบปีที่ n เมื่อ

1) ธนาคารคิดดอกเบี้ยให้ครั้งสุดท้ายครั้งเดียว

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) ธนาคารนำดอกเบี้ยเข้าบัญชีเงินฝากทุกปี

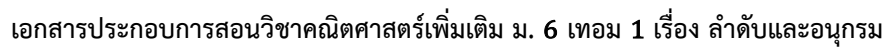
.....

.....

.....

.....

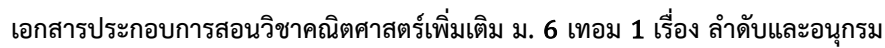
.....



4. สมมติว่าเริ่มฝากเงินด้วยเงินต้น 100,000 บาท เมื่อฝากเงินครบ 10 ปี มีเงินทั้งสิ้น 141,060 บาท
ถ้าธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี จงหาอัตราดอกเบี้ยต่อปี

5. เมื่อต้นปีปัญญาฝากเงิน 100,000 บาท กับธนาคารแห่งหนึ่ง และฝากเงินเพิ่มอีก 100,000 บาท ทุกต้นปี โดยธนาคารกำหนดอัตราดอกเบี้ย 3% ต่อปี และคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี จงหาเงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 15 ปี

This image shows a single sheet of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.



.....

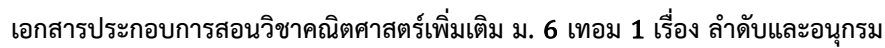
.....

.....

.....

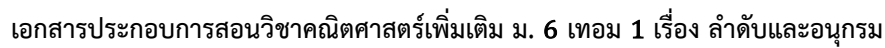
.....

[illegible][illegible]

[illegible]

9. ทอแสงฝากเงิน 3,000 บาท เข้าบัญชีธนาคารทุกสิ้นไตรมาส (1 ไตรมาส เท่ากับ 3 เดือน)
ได้รับอัตราดอกเบี้ย 6% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกไตรมาส เมื่อสิ้นปีที่ 4 ทอแสงจะได้เงินรวมเท่าใด

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.



11. วัชระฝากเงิน 10,000 บาท เข้าบัญชีธนาคารทุกต้นเดือน ได้รับอัตราดอกเบี้ย 3.6% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน เมื่อสิ้นปีที่ 4 วัชระจะได้เงินรวมเท่าใด

[illegible]



แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงหาพจน์ของลำดับเลขคณิตที่กำหนดในแต่ละข้อต่อไปนี้

1) a_8 เมื่อกำหนดให้ $a_1 = -4$ และ $d = -5$

.....

.....

.....

.....

.....

2) a_9 เมื่อกำหนดให้ $a_1 = -5$ และ $d = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

3) a_{15} เมื่อกำหนดให้ $a_1 = -\frac{1}{2}$ และ $d = -2$

.....

.....

.....

.....

.....

4) a_{15} เมื่อกำหนดให้ $a_1 = \frac{4}{3}$ และ $d = \frac{1}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาพจน์ที่ 100 ของลำดับเลขคณิตที่มีพจน์ที่ 7 คือ 5 และพจน์ที่ 12 คือ 10

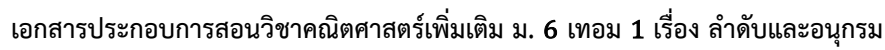
.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

4. ถ้า 5 และ 29 เป็นพจน์สองพจน์ของลำดับเลขคณิตที่มีพจน์อีกห้าพจน์อยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองนี้ จงหาพจน์ห้าพจน์ดังกล่าว

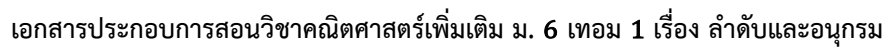
[illegible]

5. ถ้า $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ เป็นลำดับเลขคณิตแล้ว จงแสดงว่า a^2, b^2, c^2 เป็นลำดับเลขคณิต

[illegible]

6. จงหาผลบวกของมุมภายในของรูป n เหลี่ยม โดยใช้ความรู้เรื่องลำดับเลขคณิต พร้อมทั้งแสดงวิธีคิด

[illegible]

[illegible]

8. ฟางข้าวมีเงินเก็บ 4,200 บาท และไผ่บักมีเงินเก็บ 7,000 บาท ถ้าตั้งแต่เดือนตุลาคม 2560

ฟางข้าวออมเงินเพิ่มเติมละ 300 บาท และใบบัวออมเงินเพิ่มเติมละ 250 บาท จงหาว่า

1) เมื่อใดฟางข้าวจึงจะมีเงินเก็บ 12,300 บาท และขณะนั้นใบบัวจะมีเงินเก็บเท่าใด

[illegible]

2) ถ้าใบบัวต้องการนำเงินเก็บไปซื้อคอมพิวเตอร์ราคา 24,700 บาท ใบบัวจะต้องออมเงินอย่างน้อยกี่เดือน

[illegible]

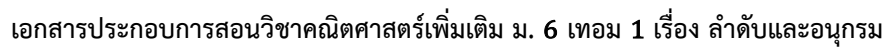
3) เมื่อใดฟางข้าวจึงจะมีเงินเก็บมากกว่าใยบัว

.....

.....

.....

.....

[illegible]

14. การรณรงค์ลดการใช้ถุงพลาสติกในอำเภอหนึ่ง ทำให้จำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วลดลงปีละ 5% ถ้าในปีที่เริ่มต้นการรณรงค์มีจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้ว 100,000 ถุง จงหาสูตรการคำนวณจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในแต่ละปี พร้อมทั้งหาจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในปีที่ 10

[illegible]

15. เมือง A มีพื้นที่ป่า 400 ตารางกิโลเมตร โดยพื้นที่ป่าลดลงทุกปีเฉลี่ยปีละ 4% และเมือง B มีพื้นที่ป่า 60 ตารางกิโลเมตร โดยพื้นที่ป่าเพิ่มขึ้นทุกปีเฉลี่ยปีละ 2% จงหาว่า

1) อีก 10 ปีข้างหน้า เมืองใดจะมีพื้นที่ป่ามากกว่ากัน และมีพื้นที่ป่ามากกว่าอีกเมืองเท่าใด

[illegible]



2) อีกอย่างน้อยกี่ปี เมือง B จึงจะมีพื้นที่ป่ามากกว่าเมือง A

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

16) จงหาพจน์ที่ขาดหายไปของลำดับเลขคณิตหรือลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1) $11, \frac{27}{2}, 16, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $\frac{7}{11}, \frac{11}{7}, \underline{\hspace{2cm}}, \frac{265}{77}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $6, 4, \frac{8}{3}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$

.....

.....

.....

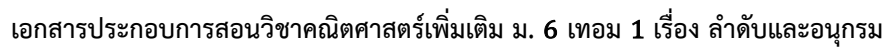
.....

.....

.....

.....

.....

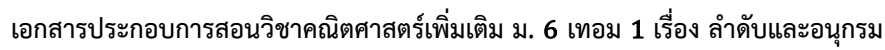


4) $\frac{5}{6}, -\frac{5}{3}, \underline{\hspace{2cm}}, -\frac{20}{3}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$

17. จงหาจำนวนจริง a, b และ c ทั้งหมดที่ a, b, c เป็นลำดับเรขาคณิต และ b, a, c เป็นลำดับเลขคณิต

18. ให้พจน์ที่หนึ่งและพจน์ที่สองของลำดับเลขคณิตเท่ากับพจน์ที่หนึ่งและพจน์ที่สองของลำดับเรขาคณิตตามลำดับ และพจน์ที่สามของลำดับเรขาคณิตมากกว่าพจน์ที่สามของลำดับเลขคณิตอยู่ 2.5

ถ้าพจน์แรกของลำดับทั้งสอง คือ 10 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิตดังกล่าว



- [illegible]

[illegible][illegible]



20. จงเขียนกราฟเพื่อตรวจสอบว่าลำดับที่มีพจน์ทั่วไปในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นลำดับลู่เข้าหรือลำดับลู่ออก
ถ้าเป็นลำดับลู่เข้า จงหาลิมิต

1) $a_n = 2\cos \frac{n\pi}{6}$

--

.....

.....

.....

.....

2) $a_n = \frac{1}{n} \sin^2 \left(\frac{n\pi}{12} \right)$

--

.....

.....

.....

.....

3) $a_n = \frac{8}{n^2+8}$

--

.....

.....

.....

.....

4) $a_n = \frac{\log(n+10)}{n}$

--

.....

.....

.....

.....

5) $a_n = \frac{2^n}{n^2}$

--

.....

.....

.....

.....

6) $a_n = \frac{2^n}{n!}$

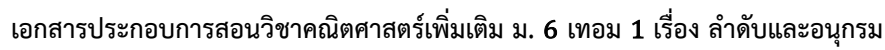
--

.....

.....

.....

.....



[illegible]

[illegible]

[illegible]



5) $a_n = 2 + \frac{n}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) $a_n = \frac{3n^2(n-2)!}{n!}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7) $a_n = \frac{1}{2} + \frac{3}{n}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8) $a_n = \frac{(n+1)^2 - (n-1)^2}{2n}$

.....

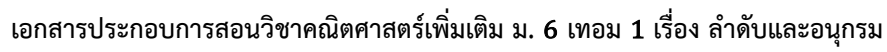
.....

.....

.....

.....

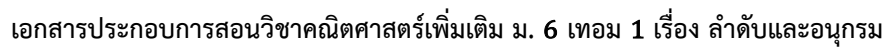
.....



$$10) a_n = \frac{3^{n-3}}{2^{n+3}}$$

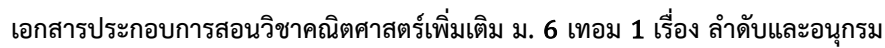
$$11) a_n = \frac{4^{n+1} + 2^{3n+2}}{3^{2n}}$$

$$12) a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n+1}}$$



$$14) a_n = \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{2n}$$

$$15) a_n = n - \frac{n^2+3}{n-7}$$



โดยทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตของลำดับ จะได้ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - n^2}{3n^4 + 13} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^4 - n^2)}{\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^4 + 13)}$
 แต่เนื่องจาก $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^4 - n^2)$ และ $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^4 + 13)$ ไม่มีค่า
 ดังนั้น $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - n^2}{3n^4 + 13}$ จึงไม่มีค่า

23. กำหนดลำดับ $a_n = \left(\frac{2x^2+1}{x^2+5}\right)^n$ เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม จงหา x ที่ทำให้ a_n เป็นลำดับลู่อเข้า



24. จงหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต $19 + 23 + 27 + \dots + 999$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

25. จงหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต เมื่อกำหนดให้

1) $n = 40$ และลำดับเลขคณิต คือ $2, 6, 10, 14, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

2) $n = 70$ และลำดับเลขคณิต คือ $20, 17, 14, 11, \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

3) $n = 100$ และลำดับเลขคณิต คือ $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \dots$

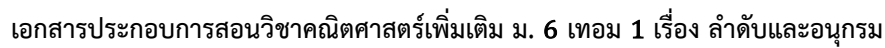
.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

27. ลำดับเลขคณิตลำดับหนึ่งมีพจน์ที่ 4 คือ 11 และพจน์ที่ 9 คือ -4 จงหาผลบวกของพจน์ที่ 12 ถึงพจน์ที่ 25

[illegible]

28. โรงละครแห่งหนึ่งต้องการจัดเก้าอี้สำหรับการแสดงใหญ่ที่จะจัดขึ้น โดยจัดเก้าอี้แถวแรกไว้ 12 ตัว แถวที่สอง 14 ตัว แถวที่สาม 16 ตัว เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จงหาว่า

1) ถ้าต้องการจัดเก้าอี้ไว้ทั้งหมด 20 แถว จะต้องใช้เก้าอี้ทั้งหมดกี่ตัว

[illegible]



2) ถ้าโรงละครแห่งนี้ต้องการจัดที่นั่ง 600 ที่นั่ง จะต้องจัดเก้าอี้ทั้งหมดกี่แถว และแถวสุดท้ายมีเก้าอี้ทั้งหมดกี่ตัว

.....

.....

.....

.....

.....

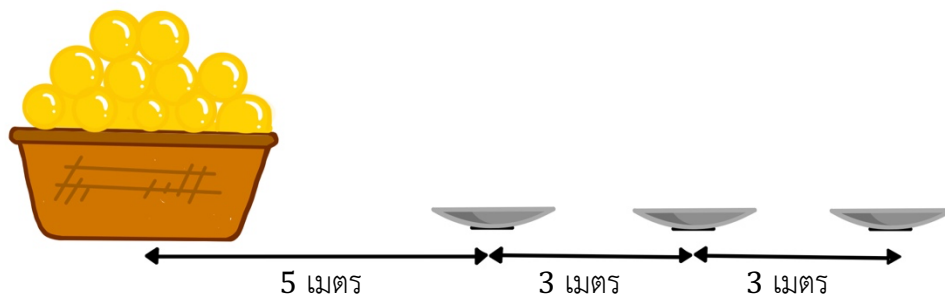
.....

.....

29. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดการแข่งขันวิ่งวิบาก โดยมีกติกาดังนี้

- ให้ผู้เข้าแข่งขันเริ่มต้นที่จุดวางตะกร้าใส่ลูกปิงปองของแต่ละคน
- ใช้ช้อนตักลูกปิงปอง 1 ลูกจากตะกร้า แล้วนำลูกปิงปองไปใส่ขามใบที่ใกล้ตะกร้าที่สุด
- กลับไปตักลูกปิงปองอีก 1 ลูกจากตะกร้า แล้วนำลูกปิงปองไปใส่ขามใบที่ใกล้ตะกร้าใบถัดไป
- ถ้าผู้เข้าแข่งขันทำลูกปิงปองตกจากช้อน ให้กลับไปตักลูกปิงปองจากตะกร้า แล้วจึงทำการแข่งขันต่อไป โดยไม่ต้องเริ่มใหม่
- ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนผู้เข้าแข่งขันนำลูกปิงปองไปใส่ขามครบทุกใบ แล้วกลับไปจุดเริ่มต้น
- ผู้เข้าแข่งขันที่ใช้เวลาน้อยที่สุดเป็นผู้ชนะ

ถ้าเรียกขามใบที่ใกล้ตะกร้าที่สุดว่า ขามใบที่ 1 เรียกขามใบที่ใกล้ตะกร้าใบถัดไปว่า ขามใบที่ 2 เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ โดยวางตะกร้าใส่ลูกปิงปองห่างจากขามใบที่ 1 เป็นระยะทาง 5 เมตร และขามใบที่ติดกันอยู่ห่างกัน 3 เมตร ดังรูป



1) จงหาระยะห่างระหว่างตะกร้ากับขามใบที่ 1

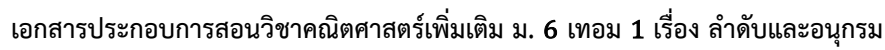
.....

2) จงหาระยะห่างระหว่างตะกร้ากับขามใบที่ 2

.....

3) จงหาระยะห่างระหว่างตะกร้ากับขามใบที่ 3

.....



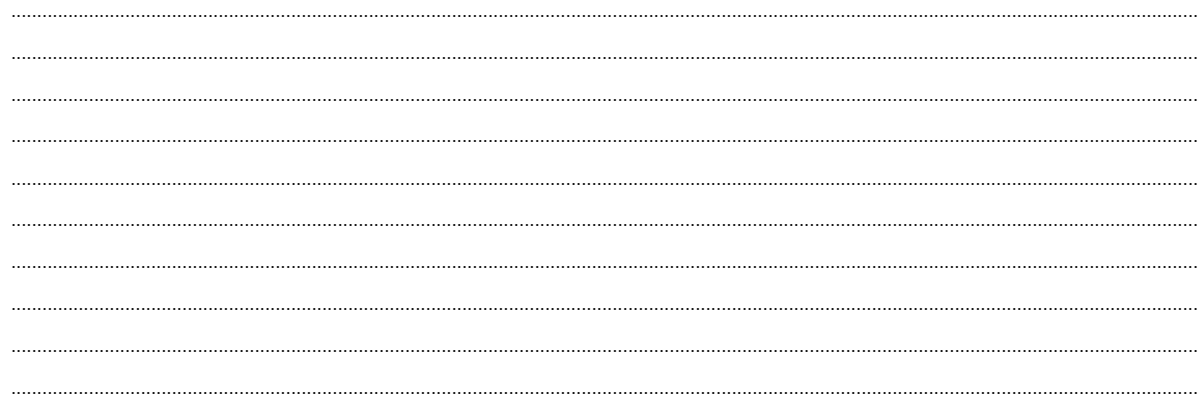
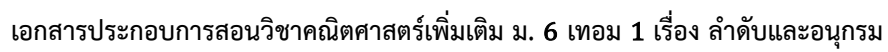
5) ถ้าระยะห่างระหว่างตะกร้ากับขามใบสุดท้ายเท่ากับ 23 เมตร จงหาจำนวนขามทั้งหมด

6) จากข้อ 5) จงหาระยะทางจากจุดเริ่มต้นจนถึงสิ้นสุดการแข่งขัน

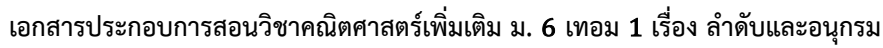
6.1) ถ้าผู้เข้าแข่งขันไม่ทำลูกปิงปองตกเลย

6.2) ถ้าผู้เข้าแข่งขันทำลูกบึงปองตกระหว่างที่นำลูกบึงปองไปใส่ในขามใบที่ 4 ห่างจากตะกร้า 3 เมตร

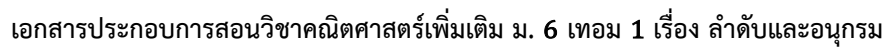
[illegible]



This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

[illegible][illegible][illegible]

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

[illegible]

35. รายการลูกทุ่งเสียงทองเป็นรายการแข่งขันร้องเพลงลูกทุ่ง เพื่อค้นหาสุดยอดนักร้องลูกทุ่งเสียงทองจากผู้เข้าแข่งขันที่ผ่านการคัดเลือกมาแล้วจำนวน 32 คน โดยการแข่งขันรอบแรกผู้เข้าแข่งขัน 16 คู่ จะต้องประชันเสียงร้องเพลง เพื่อให้กรรมการตัดสินว่าใครคือผู้ชนะในแต่ละคู่ ซึ่งผู้ชนะจะมีสิทธิ์ได้เข้าแข่งขันในรอบต่อไป และดำเนินการแข่งขันเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ จนได้ผู้ชนะในรอบสุดท้ายเป็นสุดยอดนักร้องลูกทุ่งเสียงทอง จงหาว่า

1) ในรอบที่ n มีผู้เข้าแข่งขันกี่คู่

[illegible]

2) รายการลูกทุ่งเสียงทองมีการแข่งขันทั้งหมดกี่รอบ

[illegible]



3) รายการลูกทุ่งเสียงทองมีการแข่งขันทั้งหมดกี่คู่

.....

.....

.....

.....

.....

36. คอนโดมิเนียมแห่งหนึ่งมีโครงการกำจัดแมลงสาบภายในอาคาร โดยได้ประมาณจำนวนแมลงสาบที่มีอยู่ขณะเริ่มต้นโครงการไว้ 6,000 ตัว หลังจากวางยากำจัดแมลงสาบในจุดต่าง ๆ ภายในอาคารพบว่า อัตราการลดลงของจำนวนแมลงสาบเท่ากับ 17% ต่อวัน ถ้าไม่มีแมลงสาบเพิ่มขึ้นในระยะเวลา 7 วัน นับจากเริ่มต้นโครงการ จงหา

1) จำนวนแมลงสาบที่ถูกกำจัดในวันที่เริ่มต้นโครงการ

.....

.....

.....

.....

.....

2) จำนวนแมลงสาบที่เหลืออยู่หลังจากดำเนินโครงการไปแล้ว 1 วัน

.....

.....

.....

.....

.....

3) จำนวนแมลงสาบทั้งหมดที่ถูกกำจัดหลังจากดำเนินโครงการไปแล้ว 7 วัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) จำนวนแมลงสาบที่เหลืออยู่หลังจากดำเนินโครงการไปแล้ว 7 วัน

.....

.....

.....

.....

.....



37. เศรษฐีคนหนึ่งต้องการจ้างพรานป่าเดินทางไปหารากไม้หายากชนิดหนึ่งในป่าลึก เพื่อนำมาสกัดเป็นยาอายุวัฒนะ โดยพรานป่าได้คาดการณ์ไว้แล้วว่าน่าจะใช้เวลาในการปฏิบัติภารกิจทั้งหมดอย่างน้อย 25 วัน เขาจึงเสนอให้เศรษฐีเลือกจ่ายค่าตอบแทนแบบใดแบบหนึ่งในสองแบบต่อไปนี้

แบบที่ 1 จ่ายเงินวันละ 50,000 บาท

แบบที่ 2 วันแรกจ่ายเงิน 5 สตางค์ วันที่ 2 จ่ายเงิน 10 สตางค์ วันที่ 3 จ่ายเงิน 20 สตางค์

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนปฏิบัติภารกิจเสร็จสิ้น

จงหาว่า

1) ถ้าเศรษฐีทราบระยะเวลาที่พรานป่าคาดการณ์ เศรษฐีควรเลือกจ่ายค่าตอบแทนแบบใด
จึงจะประหยัดเงินที่สุด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) ถ้าเศรษฐีเลือกจ่ายค่าตอบแทนแบบที่เลือกในข้อ 1) และการปฏิบัติภารกิจใช้เวลาทั้งสิ้น 30 วัน
เศรษฐีจะประหยัดเงินกว่าการจ่ายค่าตอบแทนอีกแบบเป็นจำนวนเงินเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) ถ้าการปฏิบัติภารกิจผิดไปจากที่พรานป่าคาดการณ์ โดยใช้เวลาไม่ถึง 25 วัน การจ่าย
ค่าตอบแทนแบบที่เลือกในข้อ 1) ยังจะประหยัดกว่าอีกแบบหรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



38. จงพิจารณาว่าอนุกรมที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นอนุกรมเลขคณิตหรืออนุกรมเรขาคณิตพร้อมทั้งหาผลบวกของอนุกรม

1) $2 + 8 + 32 + \dots + 8,192$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) $7 + 14 + 21 + \dots + 98$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) $\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + 30$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) $16 + 8 + 4 + \dots + \frac{1}{32}$

.....

.....

.....

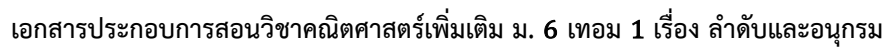
.....

.....

.....

.....

.....

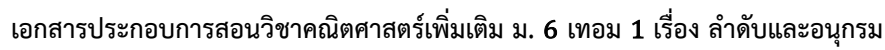


6) $-10 - 6 - 2 + \dots + 90$

39. จงหาลำดับของผลบวกย่อยของอนุกรมต่อไปนี้

$$1) 5 + 3 + \frac{9}{5} + \dots + 5 \left(\frac{3}{5}\right)^{n-1} + \dots$$

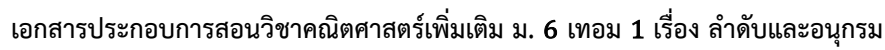
$$2) \frac{9}{25} + \frac{3}{5} + 1 + \dots + \frac{9}{25} \left(\frac{5}{3}\right)^{n-1} + \dots$$
[illegible]



4) $1 + (-1) + (-3) + \dots + (3 - 2n) + \dots$

$$5) 4 + 0 + (-14) + \dots + (4 + n^2 - n^3) + \dots$$

$$6) 18 + 1.8 + 0.18 + \dots + 18(0.1)^{n-1} + \dots$$



$$8) \frac{\sqrt{2}-1}{1 \cdot \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n} \cdot \sqrt{n+1}} + \dots$$

1)

2)

3)

.....

.....



4)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6)

.....

.....

.....

7)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8)

.....

.....

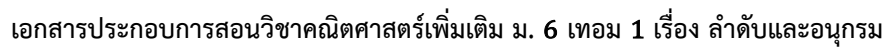
.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

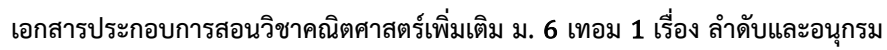
42. จงเขียนทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

1) $0.\dot{1}2\dot{3}$

[illegible]

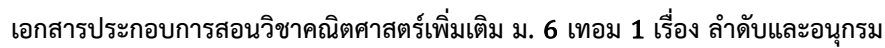
2) $0.11\dot{2}$

[illegible]

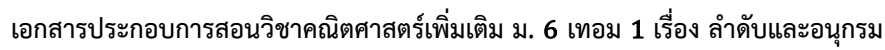


4) $0.0989898\dots$

43. จงหา a_1 และ r เมื่อ $a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} + \dots = \frac{3}{2}$ และ $a_1 - a_1r + a_1r^2 - a_1r^3 + \dots + (-1)^{n-1}a_1r^{n-1} + \dots = \frac{3}{4}$



45. หอยทากตัวหนึ่งตกลงไปที่ก้นบ่อน้ำซึ่งมีความลึก 10 เมตร ในช่วงเวลากลางวันของแต่ละวันหอยทากตัวนี้จะคลานขึ้นมาได้วันละ 5 เมตร แต่ในเวลากลางคืนที่หอยทากหลับ หอยทากตัวนี้จะลื่นลงไปเป็นระยะทางครึ่งหนึ่งของระยะห่างระหว่างตัวมันกับก้นบ่อ จงพิจารณาว่าหอยทากตัวนี้จะสามารถคลานออกจากบ่อน้ำนี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด



[illegible]

[illegible]

[illegible]



47. พนักงานห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งจัดเรียงส้มสายน้ำผึ้งให้มีลักษณะคล้ายพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยเขาได้วางส้มในชั้นแรก 100 ผล ชั้นที่สอง 81 ผล ชั้นที่สาม 64 ผล เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

จงหาว่า

1) จะสามารถวางส้มได้ทั้งหมดกี่ผล

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) ถ้าไม่นับส้มในชั้นที่ 5 และ 7 จะมีส้มทั้งหมดกี่ผล

.....

.....

.....

.....

3) ถ้านำส้ม 1,015 ผล มาจัดเรียงเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส จะต้องวางส้มในชั้นแรกจำนวนกี่ผล และจะวางส้มได้ทั้งหมดกี่ชั้น

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

48. ฝากเงินกับธนาคารแห่งหนึ่งจำนวน 5,000 บาท ได้รับอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 1.5 ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 3 เดือน จงหาจำนวนเงินในบัญชี เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี

.....

.....

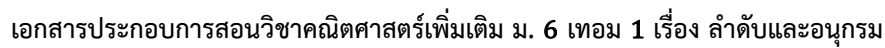
.....

.....

.....

.....

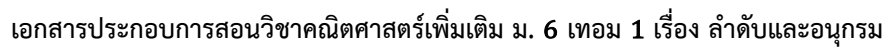
.....



- ธนาคาร A กำหนดอัตราดอกเบี้ย 12% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกสิ้นเดือน
- ธนาคาร B กำหนดอัตราดอกเบี้ย 12.5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกสิ้นปี

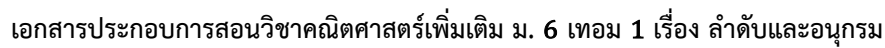
แม่ของสุทัศน์ควรเลือกฝากเงินกับธนาคารใด จึงจะได้เงินรวมมากที่สุด และได้เงินรวมเมื่อสิ้นปีที่ 10 เท่าใด

51. เอกฝากเงิน 100,000 บาท กับธนาคารแห่งหนึ่ง โดยธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 6 เดือน เมื่อฝากเงินครบ 10 ปี เขาพบว่าเงินในบัญชีประมาณ 148,595 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยต่อปีที่ธนาคารกำหนด ถ้าอัตราดอกเบี้ยคงที่ตลอดระยะเวลาที่ฝากเงิน



53. บริษัทแห่งหนึ่งต้องการปรับเปลี่ยนกลยุทธ์ทางธุรกิจจึงมีนโยบายปลดพนักงานจำนวน 2 คน แต่ด้วยสัญญาจ้างที่พนักงานทั้งสองทำไว้กับบริษัท ทำให้บริษัทต้องจ่ายเงินชดเชยรายเดือนให้กับพนักงานแต่ละคนเป็นจำนวนเงินเท่ากับเงินเดือนเดือนสุดท้ายที่พนักงานแต่ละคนได้รับจนครบอายุสัญญา โดยพนักงานทั้งสองมีอายุสัญญาจ้างกับบริษัทเหลืออยู่ 3 ปีเท่ากัน พนักงานคนแรกได้รับเงินเดือนเดือนสุดท้าย 23,000 บาท และพนักงานคนที่สองได้รับเงินเดือนเดือนสุดท้าย 37,000 บาท

ถ้า ณ วันที่ปลดพนักงาน นายจ้างนำเงินจำนวนหนึ่งไปฝากไว้กับธนาคารซึ่งกำหนดอัตราดอกเบี้ย 5% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือนเพื่อนำดอกเบี้ยที่ได้ในแต่ละเดือนไปจ่ายเป็นเงินชดเชยให้กับพนักงานทั้งสอง จงหาว่านายจ้างต้องฝากเงินไว้อย่างน้อยเท่าใด

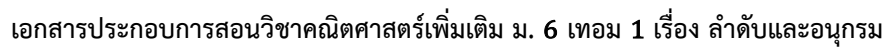
[illegible]

55. ธีระฝากเงินจำนวนหนึ่งไว้กับธนาคารแห่งหนึ่ง เมื่อเวลาผ่านไป 10 ปี พบว่ามีเงินในบัญชี 122,079.42 บาท ถ้าธนาคารคงอัตราดอกเบี้ย 2% ต่อปี และคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 3 เดือน จงหาเงินต้นที่ธีระฝากไว้เมื่อ 10 ปีก่อน

[illegible]

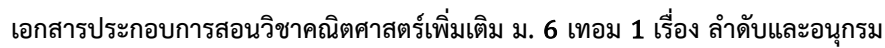
56. หากฝากเงินกับธนาคารแห่งหนึ่งเดือนละ 2,000 บาท ทุกสิ้นเดือน ถ้าธนาคารกำหนดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน เมื่อสิ้นเดือนที่ 24 หากจะมีเงินรวมเท่าใด

[illegible]

[illegible]

58. ในวันที่ 1 มิถุนายน 2561 ส้มซ่าฝากเงิน 100,000 บาท เข้าบัญชีเงินฝากออมทรัพย์ที่ให้อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 1.2 ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือน ถ้าส้มซ่าโอนเงินให้น้องสาวผ่านบริการ e-Banking เดือนละ 5,000 บาท ทุกวันที่ 1 ของเดือน ตั้งแต่เดือนมิถุนายน 2561 โดยไม่เสียค่าธรรมเนียมในการโอนเงินเมื่อครบ 1 ปี ส้มซ่าจะได้รับดอกเบี้ยจากบัญชีเงินฝากนี้เท่าใด

This image shows a full page of a document template designed for handwritten notes or essays. It features approximately 28 evenly spaced, thin grey horizontal lines extending across the entire width of the page. The margins are consistent on all sides, providing ample space for writing. There are no vertical lines, headers, footers, or other markings present on the page.



60. องค์กรซื้อรถยนต์ราคา 600,000 บาท โดยตกลงจ่ายเงินดาวน์ 15% ของราคารถยนต์และผ่อนชำระ ส่วนที่เหลือเป็นจำนวนเงินเท่ากันทุกเดือน เป็นเวลา 4 ปี โดยผ่อนชำระทุกสิ้นเดือน ถ้าอัตราดอกเบี้ย 6% ต่อปี โดยคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกเดือนแล้ว องค์กรจะต้องผ่อนชำระเดือนละเท่าใด และเสียดอกเบี้ยทั้งหมดเท่าใด

[illegible]